Übungen **Logik**
Sommersemester 2003 zur Vorlesung von Prof. Dr. Brewka

Die Aufgabenstellungen und weitere aktuelle Informationen zu den Übungen finden Sie stets unter http://www.informatik.uni-leipzig.de/~rhartwig/

Aufgabenblatt 4

1. Erkennen Sie die logische Struktur folgender natürlichsprachlicher Aussagen und beschreiben Sie diese durch prädikatenlogische Formeln. Führen Sie dazu geeignete Prädikaten- bzw. Funktionssymbole ein und erklären Sie diese verbal.
(Z.B. in folgender Weise:
B ist zweistelliges Prädikatensymbol, m einstelliges Funktionssymbol,
$B(x,y) =_{def}$ „x ist Bruder von y“,
$m(x) =_{def}$ „Matrikelnummer von x“.)

   a) Es gibt keinen Informatiker, der nicht die Logik beherrscht.
   b) Geschwister haben die gleiche Mutter oder den gleichen Vater.
   c) Mütter sind älter als ihre Töchter.
   d) Alle Tage ist kein Sonntag.
   e) Es wird nichts so heiß gegessen, wie es gekocht wird.

2. Untersuchen Sie die folgenden beiden Formeln F_1 und F_2 für beliebige Formeln A und B auf Allgemeingültigkeit. Beweisen Sie Ihre Antworten!
$$F_1: \quad \forall x(A \vee B) \rightarrow (\forall x A \vee \forall x B)$$
$$F_2: \quad (\forall x A \wedge \forall x B) \rightarrow \forall x(A \wedge B)$$

3. Es seien P, Q und R wie folgt definierte einstellige Prädikate:
$P(x) \leftrightarrow_{def} x^2 - 7x + 10 = 0$
$Q(x) \leftrightarrow_{def} x^2 - 2x - 3 = 0$
$R(x) \leftrightarrow_{def} x < 0$.
a) Untersuchen Sie die folgenden prädikatenlogischen Formeln

   i) $\forall x(P(x) \rightarrow \neg R(x))$ ii) $\forall x(Q(x) \rightarrow R(x))$
   iii) $\exists x(Q(x) \rightarrow R(x))$ iv) $\exists x(P(x) \rightarrow R(x))$

   auf ihre Gültigkeit, wenn die Prädikatensymbole P, Q, R in oben vorgegebener Bedeutung verwendet werden und der Individuenbereich (Universum) die Menge der ganzen Zahlen ist. Begründen Sie Ihre Antworten kurz.
b) Führen Sie dieselbe Untersuchung für den Fall aus, daß das Universum die Menge aller positiven ganzen Zahlen ist.
c) Wie fallen Ihre Antworten aus, wenn der Individuenbereich nur aus den Zahlen 2 und 5 besteht.

4. a) Geben Sie ein Modell für die folgende Ausdrucksmenge X an:
$$X = \{\forall x \neg R(x,x), \forall x \forall y \forall z(R(x,y) \wedge R(y,z) \rightarrow R(x,z)), \forall x \exists y R(x,y)\}$$
   b) Zeigen Sie, daß jedes Modell von X unendlich ist.

5. Negieren Sie die Formel
$$F_1: \quad \forall x \exists y(P(x,y) \wedge Q(x,y) \rightarrow R(x,y))$$
Im Resultat seien Negationszeichen nur vor atomaren Formeln erlaubt.

Späteste Abgabe der Lösungen:
Mittwoch, 18. Juni 2003, 17.**10** Uhr, d.h. **vor** Beginn der Vorlesung